

The background of the slide is a dense field of three-dimensional numbers (0-9) in various shades of blue and white, creating a sense of depth and data. A solid black rectangular box is positioned on the right side of the slide, containing the title text in white.

夏期SPI オンライン講座

中上級編

第8回 確率

(3)大人5人、子供3人の中から、3人の代表を選ぶとき、少なくとも子供1人を含む選び方は何通りか。

- A 22通り B 46通り C 72通り D 120通り
E 236通り F 330通り G 342通り H A～Gのいずれでもない

「少なくとも子供1人を含む選び方」は、「全員大人を選ぶ」ということ。
全ての選び方から「全員大人の場合」を引くと、「少なくとも子供1人を含む選び方」になる。

$$(5+3)C_3 = 8C_3 = 8 \times 7 \times 6 / 3 \times 2 \times 1 = 56 \text{通り}$$

3人が全員大人の場合は、5人の大人から3人代表を選ぶなので、

$$5C_3 = 5 \times 4 \times 3 / 3 \times 2 \times 1 = 10 \text{通り}$$

全体の選び方から「全員大人の場合」を引く

$$56 - 10 = 46 \text{通り}$$

答え B 46通り

(4)ある学校のバドミントン部には男子5人、女子6人の部員がいる。部員の中から4名の代表を選ぶとき、最低男子1人を含む選び方は何通りか。

- A 195通り B 205通り C 215通り D 240通り
E 250通り F 285通り G 315通り H A～Gのいずれでもない

「最低男子1人を含む選び方」は、「全員女子の場合を除く」ということ。
男子5人、女子6人の中から4人選ぶ。
全ての組み合わせは、

$$(5+6)C_4 = 11C_4 = 11 \times 10 \times 9 \times 8 / 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 330 \text{通り}$$

全員女子を選ぶのは、

$$6C_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 / 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 15 \text{通り}$$

全部の選ぶ通りから、女子だけの場合を除くと最低1人は男子を含むから
 $330 - 15 = 315 \text{通り}$

答え G 315通り

(5) a,b,c,d,e,f,g,h,i の9人を4人、3人、2人の組に分けるときの、生徒a、生徒 bの2人が4人の組に入る分け方は何通りか。

- A 195通り B 200通り C 205通り D 210通り
E 215通り F 220通り G 225通り H A～Gのいずれでもない

4人組のうち、生徒a、生徒 bの2人が決まっているので、4人の組は残り2人を決める。

$$(9-2) {}^7C_2 = 7 \times 6 / 2 \times 1 = 21 \text{通り}$$

次は、9人から4人を除いた $(9-4)=5$ 人から3人を選ぶ。

$$5 {}^3C_3 = 5 \times 4 \times 3 / 3 \times 2 \times 1 = 10 \text{通り}$$

残りの2人は必然的に決まるので、同時に分けるから

「積の法則」 $21 \times 10 = 210$ 通り

答え D 210通り

確率

確率は全ての起こりうるパターンに対し、これだけのパターンがあるかを示したものです。起こり得るパターンを計算するために、「順列」「組み合わせ」をしっかり復習しておきましょう。「順列」「組み合わせ」で覚えた下記の法則も使います。

◆和の法則

AまたはBのどちらか一方が起こりうる場合の数 $= (m + n)$ 通り

◆積の法則

A と B がともに起こる場合の数 $= (m \times n)$ 通り

◆補集合

Aが起こらない場合の数 $= (m - n)$ 通り

(1) 当たりが3本、はずれが2本入っているくじがある。このくじを同時に2本引くとき、2本とも当たりである確率はいくらか。

A $2/25$

B $1/10$

C $1/5$

D $6/25$

E $3/10$

F $2/5$

G $12/25$

H $3/5$

① 全ての場合の数は、 $(3+2)C_2 = 5 \times 4 / 2 \times 1 = 10$ 通り
(この時点で、答えは、分母が5か10に絞られる。)

② 当たりは3本なので、この中から2本引くことになるので、
 $3C_2 = 3 \times 2 / 2 \times 1 = 3$ 通り

③ $\frac{\text{起こり得る場合の数}}{\text{全ての場合の数}} = 3/10$

答え E $3/10$

(2) 赤い玉が6個、白い玉が4個入った袋がある。この中から同時に2個取り出しとき、2個とも白玉である確率はいくらか。

A $2/5$

B $1/10$

C $2/15$

D $1/20$

E $2/25$

F $1/30$

G $2/35$

H A ~ G のいずれでもない

① 全ての場合の数は、 $(6+4)C_2 = 10 \times 9 / 2 \times 1 = 45$ 通り

② 白玉は4個なので、この中から2個取り出すので、

$$4C_2 = 4 \times 3 / 2 \times 1 = 6 \text{通り}$$

$$\textcircled{3} 6/45 = 2/15$$

答え C $2/15$

(3) 当たりが3本、はずれが2本入っているくじがある。このくじを同時に2本引くとき、1本当たり、1本はずれである確率はいくらか。

A $1/10$

B $1/5$

C $3/10$

D $2/5$

E $1/2$

F $3/5$

G $7/10$

H A ~ G のいずれでもない

① 全ての場合の数は、 $(3+2)C_2 = 5 \times 4 / 2 \times 1 = 10$ 通り

② 当たりは3本。

1本は、当たり3本の中から引く。

$3C_1 = 3/1 = 3$ 通り

もう1本は、はずれ2本の中から引く。

$2C_1 = 2/1 = 2$ 通り

同時にひくので、 $3 \times 2 = 6$ 通り

③ $6/10 = 3/5$

答え F $3/5$

(4) 大人2人と子供4人が1列に並ぶとき、大人2人が両端に来る確率はいくらか。

A 1/5

B 1/10

C 1/15

D 2/5

E 2/15

F 3/5

G 3/10

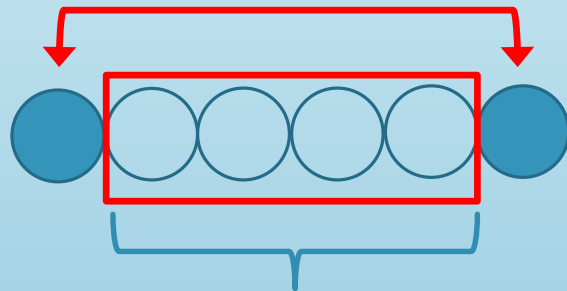
H A ~ G のいずれでもない

① 全ての場合の数は、1列に並べるなので、

$$(2+4)P(2+4) = 6P6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{通り}$$

②

$$2P2 = 2 \times 1 = 2 \text{通り}$$



$$24 \times 2 = 48 \text{通り}$$

$$4P4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{通り}$$

$$\textcircled{3} 48/720 = 1/15$$

答え C 1/15

(5) ジョーカーを除く合計52枚のトランプがある。

1枚を抜いた時ハートである確率は $1/4$ 、3の倍数である確率は $4/13$ である。

① 2枚同時に引くとき、2枚とも3の倍数である確率はいくらか。

- A $1/442$ B $6/442$ C $5/221$ D $15/442$
E $20/221$ F $25/442$ G $5/48$ H A～Gのいずれでもない

- ・ 全ての場合の数は、 $52\text{C}2 = 52 \times 51 / 2 \times 1 = 1326$ 通り
- ・ 3の倍数の確率は、 $4/13$ 。52枚の内では、 $16/52$ 。52枚中16枚が3の倍数。
3の倍数を2枚引く組み合わせは、 $16\text{C}2 = 16 \times 15 / 2 \times 1 = 120$ 通り
- ・ 上記から、2枚とも3の倍数である確率は、 $120/1326 = 20/221$

答え E $20/221$ 通り

(5) ジョーカーを除く合計52枚のトランプがある。

1枚を抜いた時ハートである確率は $1/4$ 、3の倍数である確率は $4/13$ である。

② まず1枚引いて確認した後、そのカードを戻してからよくきり、もう一度引く。

この2枚のうち、少なくとも1枚はハートである確率はいくらか。

- | | | | |
|----------|---------|----------|------------------|
| A $1/16$ | B $1/8$ | C $3/16$ | D $1/4$ |
| E $5/16$ | F $3/8$ | G $7/16$ | H A ~ G のいずれでもない |

- ・ 1枚目にハート以外が出る確率は、全体 $1 - 1/4 = 3/4$
- ・ 一旦引いたカードを戻すので、2枚目を引いても同じ確率 $3/4$
- ・ 2枚ともハート以外のカードが出る確率は、 $3/4 \times 3/4 = 9/16$
- ・ したがって、少なくとも1枚はハートである確率は、 $1 - 9/16 = 7/16$

答え G $7/16$

(6)トランプのハートが1から13まで、13枚ある。

ここから1枚抜いたときに、絵札が出る確率は $3/13$ である。ここから2枚同時に抜いたときに、**少なくとも1枚絵札**が出る確率はいくらか。

A $1/26$

B $3/26$

C $5/26$

D $7/26$

E $9/26$

F $11/26$

G $1/2$

H A ~ G のいずれでもない

「少なくとも1枚」なので、全体1から「2枚とも絵札以外の場合が出る確率」を引けばよい。

①全ての場合の数は、 $13C_2 = 13 \times 12 / 2 \times 1 = 78$ 通り

②13枚のうち、絵札以外は10枚。

2枚とも絵札以外がでる場合の数は、 $10C_2 = 10 \times 9 / 2 \times 1 = 45$ 通り

$$45/78 = 15/26$$

③全体 $1 - 15/26 = 11/26$

答え F $11/26$

(7) 3つのサイコロを同時に投げたとき、すべての目が同じではない確率はいくらか。

- A $1/3$ B $5/12$ C $3/4$ D $19/24$
E $23/30$ F $35/36$ G $37/38$ H A～Gのいずれでもない

「すべての目が同じでない確率」は、全体1から「すべて同じ目が出る確率」を引けばよい。

- ① 全ての場合の数は、3つのサイコロなので、 $6 \times 6 \times 6 = 216$ 通り
② 3つのサイコロがすべて同じ目になるのは、
(1, 1, 1)(2, 2, 2)(3, 3, 3)(4, 4, 4)(5, 5, 5)(6, 6, 6)の6通り
すべて同じ目が出る確率は、 $6/216 = 1/36$
③ 全体 $1 - 1/36 = 35/36$

答え F $35/36$

(8) 箱の中に赤玉3個、青玉5個、白玉4個が入っている。玉を1回取り出し、また箱に戻して2回目を取り出すとき、少なくとも1回は青玉を取る確率はいくらか。

- A $7/144$ B $95/144$ C $7/133$ D $95/133$
E $7/122$ F $95/122$ G $7/111$ H A～G のいずれでもない

「少なくとも1回は青玉を取る確率」は、全体1から「青玉を1回も取らない確率」を引けばよい。

① $3+5+4=12$ 個の玉を1度取り出して戻すので、 $12 \times 12 = 144$ 通りがすべての場合の数。

② 箱の中の青玉以外の数は、 $3+4=7$ 個
青玉を1回も取らない場合の数は、 $7 \times 7 = 49$ 通り
青玉を1回も取らない場合の確率は、 $49/144$

③ 全体 $1 - 49/144 = 95/144$

(この場合、すべての場合の数が144通りなので、答えはAかBのどちらかということが早い時点で分かる。)

答え B $95/144$