



夏期SPI  
オンライン講座

中上級編

第9回 数列

数列: 数列とは、数字を並べたものであり、ある一定の規則性を持った数列に対し、条件に一致する数を求めます。並んでいる1つ1つの数字を「項」、最初の数を「初項」と言います。

## ■ 等差数列

等差数列は、数が同じ値ずつ足していく(引いていく)数列のことです。数列n番目の値やn番目までの和を求める問題などがあります。

### 解き方とポイント

並んでいる項と項の差が同じ値の数列を等差数列と言います。また、隣やってる2つの項の差を公差と言います。

初項が  $a_1$ 、 $d$  の等差数列において、 $n$  番目の項は、以下の式で求められます。

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

また1番目から $n$ 番目までの和は、以下の式で求められます。

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n\{2a_1 + (n-1)d\}}{2}$$

1番目 2番目 3番目 4番目 5番目 6番目 n番目  
**3, 7, 11, 15, 19, 23, ..., (n番目の数)**  
1回目 2回目 3回目 4回目 5回目 6回目 (n-1)回目

初項=3  
公差=4  
公差を何回足したか  
=n-1  
という3つの数字

一般項、つまり数列の中のn番目の数は「3に4を (n-1) 回足したものの」であるので、

一般項を  $a_n$  とすると、

$$a_n = 3 + 4(n-1)$$

$$= 4n - 1$$

これを一般化する

初項を  $a_1$ 、公差を  $d$  とします。このとき、一般項は自然数  $n$  を用いて

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

と表せます。

「等差数列における連続する3つの項について、右端の数と左端の数の和は真ん中の数の2倍」ということ。つまり、等差数列において「...  $a, b, c, \dots$ 」という数字列があった場合、 $2b = a+c$  ということです。

等差数列における連続する3つの項である  $a, b, c$  は、公差を  $d$  とすると、

$$a = A - d \quad b = A \quad c = A + d$$

と表せます。

$$a+c = A - d + A + d = 2A = 2b$$

よって  $a+c = 2b$  です。

(1){5、9、13、17、21、・・・}という数列において、以下の問いに答えなさい。

①21番目の数を求めなさい。

- A 85      B 86      C 87      D 88  
E 89      F A～Eのいずれでもない

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$a_1=5$ 、 $d=4$ より、

$$21\text{番目の数は、} a_{21} = 5 + (21 - 1) \times 4 = 85$$

答え A 85

(1){5、9、13、17、21、⋯}という数列において、以下の問いに答えなさい。

②1番目から21番目の和を求めなさい。

- A 940      B 945      C 950      D 950  
E 960      F A～Eのいずれでもない

①より、 $a_{21}=85$ なので、

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \text{、 } a_1 = 5 \text{より、}$$

$$S_{21} = \frac{21(5 + 85)}{2} = 945$$

答え B 945

(2) 以下の数列において、11番目の数を求めなさい。

{4、10、16、22、28、…}

A 63

B 64

C 65

D 66

E 67

F 68

G 69

H A~Gのいずれでもない

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$a_1=4$ 、 $d=6$ より、

$$11\text{番目の数は、} a_{11} = 4 + (11-1) \times 6 = 64$$

答え B 64

(3) 以下の数列において、7番目の数を求めなさい。

{2、6、10、14、…}

A 25

B 26

C 27

D 28

E 29

F 30

G 31

H A~Gのいずれでもない

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$a_1=2$ 、 $d=4$ より、

$$7\text{番目の数は、} a_7 = 2 + (7-1) \times 4 = 26$$

答え B 26

(4)以下の数列の1番目から7番目までの和を求めなさい。

{2、6、10、14、・・・}という数列において、以下の問いに答えなさい。

1番目から7番目の和を求めなさい。

A 95

B 96

C 97

D 98

E 99

F 100

G 101

H A～Eのいずれでもない

(3)より、 $a_7=26$ なので、

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}, \quad a_1 = 2 \text{より、}$$

$$S_7 = \frac{7(2 + 26)}{2} = 98$$

答え D 98

(5) 以下の数列において、31番目の数を求めなさい。

{4、10、16、22、28、…}

A 173

B 184

C 195

D 206

E 217

F 228

G 239

H A~Gのいずれでもない

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1=4、d=6より、$$

$$7番目の数は、 $a_{31} = 4 + (31 - 1) \times 6 = 4 + 180 = 184$$$

答え B 184

(6)以下の数列の1番目から20番目までの和を求めなさい。

{4、10、16、22、28、…}

A 1200

B 1210

C 1220

D 1230

E 1240

F 1250

G 1260

H A～Gのいずれでもない

$a_1=4$ 、 $n=20$ 、 $d=6$ なので、

$$S_n = \frac{n\{2a_1 + (n-1)d\}}{2}$$

$$S_{20} = \frac{20\{2 \times 4 + (20-1) \times 6\}}{2} = 20(8 + 19 \times 6) / 2 = 20 \times 122 / 2 = 1220$$

答え C 1220

(7) 以下の数列において、33番目の数を求めなさい。

{2、6、10、14、…}

A 125

B 126

C 127

D 128

E 129

F 130

G 131

H A～Gのいずれでもない

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$a_1=2$ 、 $d=4$ より、

$$7\text{番目の数は、} \mathbf{a_{33}} = 2 + (33 - 1) \times 4 = 2 + 128 = 130$$

答え F 130

(8)以下の数列の1番目から20番目までの和を求めなさい。

{2、6、10、14、…}

A 300

B 400

C 500

D 600

E 700

F 800

G 900

H A～Gのいずれでもない

$a_1=2$ 、 $n=20$ 、 $d=4$ なので、

$$S_n = \frac{n\{2a_1 + (n-1)d\}}{2}$$

$$S_{20} = \frac{20\{2 \times 2 + (20-1) \times 4\}}{2} = 20(4 + 19 \times 4) / 2 = 20 \times 80 / 2 = 800$$

答え F 800

等比数列: 等比数列とは、同じ値を掛けていく(割っていく)数列のことです。  
等差数列同様に、数列のn番目の値を求める問題な素があります。

### 解き方とポイント

並んでいる項と項の比が一定の数列を等比数列と言います。また、隣やってる2つの項の比を公比と言います。

初項がa、公比rの等比数列において、n番目の項は、以下の式で求められます。

$$a_n = ar^{n-1}$$

(1) 以下の数列において、7番目の数を求めなさい。

{4、12、36、108、…}

- A 983      B 1983      C 2916      D 3430  
E 5022      F A～Eのいずれでもない

問題の数列は等比数列。

初項が4、公比は $12 \div 4 = 3$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_7 = 4 \times 3^{(7-1)} = 4 \times 3^6 = 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2916$$

答え C 2916

(2) 以下の数列において、6番目の数を求めなさい。

{2、10、50、250、…}

- A 540      B 625      C 3200      D 4250  
E 5450      F 6250      G 12500      H A～Gのいずれでもない

問題の数列は等比数列。  
初項が2、公比は $10 \div 2 = 5$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a^6 = 2 \times 5^{(6-1)} = 2 \times 5^5 = 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 6250$$

答え F 6250

(3) 以下の数列において、8番目の数を求めなさい。

{4、8、16、32、…}

A 509

B 510

C 511

D 512

E 513

F 514

G 515

H A～Gのいずれでもない

問題の数列は等比数列。

初項が4、公比は $8 \div 4 = 2$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_8 = 4 \times 2^{(8-1)} = 4 \times 2^7 = 4 \times 2 = 512$$

答え D 512

(4) 以下の数列において、6番目の数を求めなさい。

{8、12、18、27、…}

A  $302/5$

B  $243/4$

C  $192/3$

D  $121/2$

E 32

F 65

G 72

H A~Gのいずれでもない

問題の数列は等比数列。

初項が8、公比は $12 \div 8 = 3/2$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\begin{aligned} a^6 &= 8 \times 3/2^{(6-1)} = 8 \times 3/2^5 = 8 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \\ &= 8 \times 243/32 = 1944/32 = 243/4 \end{aligned}$$

答え B  $243/4$

(5) 以下の数列において、8番目の数を求めなさい。

{-2、10、-50、250、…}

A 5450

B 6250

C 30200

D 31250

E 156250

F 162540

G 781250

H A~Gのいずれでもない

問題の数列は等比数列。

初項が-2、公比は $10 \div (-2) = -5$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a^6 = (-2) \times -5^{(8-1)} = (-2) \times (-5)^7$$

$$= (-2) \times (-5) \times (-5)$$

$$= (-2) \times (-78125)$$

$$= 156250$$

答え E 156250